

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
В.о. декана факультету
математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ
серпня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Чисельні методи лінійної алгебри

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

освітня програма «Прикладна математика»

спеціалізація

вид дисципліни за вибором

факультет математики і інформатики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Ігнатович Світлана Юріївна, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор ЗВО кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри прикладної математики



Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Чисельні методи лінійної алгебри**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 113 Прикладна математика.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам теоретичних знань та практичних навичок з наближеного розв'язання задач лінійної алгебри, а також з застосування таких методів до розв'язання практичних задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни: теоретична і практична підготовка з розв'язання систем лінійних рівнянь і знаходження власних значень і власних векторів матриць, з оцінки коректності і ефективності відповідних методів і з застосування мови Python для розв'язання практичних задач.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин* 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
4-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	

** у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.*

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна.

Інтегральна та загальні компетентності:

ІК01. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК02. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК10. Навички у використанні інформаційних і комунікаційних технологій.

Фахові компетентності:

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проєктування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК18. Здатність оцінити рівень математичного обґрунтування методів, які застосовуються для розв'язання конкретних прикладних задач.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

РН10. Володіти методиками вибору раціональних методів та алгоритмів розв'язання математичних задач оптимізації, дослідження операцій, оптимального керування і прийняття рішень, аналізу даних.

1.8. Пререквізити: ОК 7 Лінійна алгебра.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Розділ 1. Системи лінійних рівнянь

Тема 1. Прямі методи.

Метод Гауса розв'язання системи лінійних рівнянь (без вибору і з вибором головного елемента), його обчислювальна складність. Число обумовленості матриці і його зв'язок з втратою точності при застосуванні методу Гауса. Знаходження оберненої матриці, рангу матриці, визначника. LU-розклад. Метод прогонки.

Тема 2. Похибки, їх накопичення.

Поняття та властивості похибки. Нев'язка. Наближена оцінка похибки. Точні і наближені значення. Формат запису чисел: цілі числа, числа з фіксованою та рухомою комою. Стандарт IEEE-754. Втрата точності при використанні чисел, записаних у форматі з рухомою комою.

Тема 3. Ітераційні методи.

Метод Якобі розв'язання системи лінійних рівнянь. Діагональне переважання. Метод Гауса-Зейделя. Швидкість збіжності методів. Порівняння ітераційних і прямих методів при розв'язанні прикладних задач.

Тема 4. Бібліотеки наукових обчислень NumPy і SciPy.

Масиви ndarray, їх створення, особливості і використання (застосування фільтрів, змінення форми, особливості копіювання, багатовимірні масиви, операції над масивами, використання масивів для візуалізації). Модуль Timeit, визначення часу виконання фрагментів програми.

Тема 5. Варіаційні методи

Симетричні додатно визначені матриці, варіаційні методи: мінімальних нев'язок, найшвидшого спуску, спряжених градієнтів.

Розділ 2. Власні значення і власні вектори

Тема 6. Характеристичний поліном і локалізація спектра.

Локалізація спектра матриці, круги Гершгоріна. Слід матриці, метод Левер'є-Фаддєєва знаходження характеристичного полінома.

Тема 7. Методи розв'язання часткової проблеми власних значень.

Степеневий метод знаходження максимального за модулем власного значення, Степеневий метод зі зсувами, обернений степеневий метод. Приклад застосування: ранжування сторінок web.

Тема 8. QR-розклад матриці

Ортогоналізація Грама-Шмідта. QR-розклад матриці, його побудова за допомогою ортогоналізації Грама-Шмідта. Метод Хаусхолдера, побудова QR-розкладу методом Хаусхолдера. Використання QR-розкладу для розв'язання систем лінійних рівнянь.

Тема 9. Методи розв'язання повної проблеми власних значень.

QR-алгоритм розв'язання повної проблеми власних значень. Зведення матриці до форми Хесенберга методом Хаусхолдера і застосування її в QR-алгоритмі. Метод бісекцій знаходження власних значень тридіагональної симетричної матриці.

Тема 10. Перевизначені системи лінійних рівнянь.

Перевизначені системи, знаходження прийняттого (псевдо-)розв'язку методом найменших квадратів, приклади використання.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин (денна форма)					
	Усього					
		л	п	лаб	інд	ср
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
Розділ 1. Системи лінійних рівнянь						
Тема 1. Прямі методи	12	4	4			4
Тема 2. Похибки, їх накопичення	8	2	2			4
Тема 3. Ітераційні методи	10	2	2			6
Тема 4. Бібліотеки наукових обчислень NumPy і SciPy	14	4	4			6
Тема 5. Варіаційні методи	10	2	2			6

Разом за розділом 1	54	14	14			26
Розділ 2. Власні значення і власні вектори						
Тема 6. Характеристичний поліном і локалізація спектра	14	4	4			6
Тема 7. Методи розв'язання часткової проблеми власних значень	14	4	4			6
<i>Контрольна робота</i>	2		2			
Тема 8. QR-розклад матриці	12	4	2			6
Тема 9. Методи розв'язання повної проблеми власних значень	16	4	4			8
Тема 10. Перевизначені системи лінійних рівнянь	8	2	2			4
Разом за розділом 2	66	18	18			30
Усього годин	120	32	32			56

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Метод Гауса, розрахункові формули. Знаходження оберненої матриці, рангу матриці, визначника.	2
2	LU-розклад. Метод прогонки.	2
3	Числа з рухомою комою, стандарт IEEE-754. Втрата точності при розрахунках.	2
4	Методи Якобі, Гауса-Зейделя.	2
5	Бібліотеки NumPy і SciPy, їх використання для операцій з матрицями і векторами. Модуль Timeit.	4
6	Методи мінімальних нев'язок, найшвидшого спуску, спряжених градієнтів для симетричних додатно визначених матриць.	2
7	Круги Гершгорина.	2
8	Метод Левер'є-Фаддєєва.	2
9	Степеневий метод знаходження максимального за модулем власного значення.	2
10	Задача ранжування сторінок web.	2
11	<i>Контрольна робота</i>	2
12	Ортогоналізація Грама-Шмідта, метод Хаусхолдера.	2
13	QR-алгоритм. Зведення матриці до форми Хесенберга методом Хаусхолдера.	2
14	Метод бісекцій знаходження власних значень тридіагональної симетричної матриці.	2
15	Метод найменших квадратів.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№	Види, зміст самостійної роботи	Кількість
---	--------------------------------	-----------

з/п		годин
1	Виконання домашніх завдань (у тому числі з використанням мови Python), робота з конспектом лекцій з тем 1-3	14
2	Ознайомлення з базовими інструментами бібліотек Numpy і Scipy	6
3	Виконання домашнього завдання з теми 5 з використанням Numpy, робота з конспектом лекцій	6
4	Виконання домашніх завдань з теми 6, в тому числі з використанням бібліотеки Matplotlib для візуалізації, робота з конспектом лекцій	6
5	Виконання домашніх завдань з теми 7, робота з конспектом лекцій, в тому числі розбір прикладу з застосування	6
6	Виконання домашніх завдань з тем 8-10, в тому числі з використанням бібліотек Numpy, Scipy, Matplotlib, робота з конспектом лекцій	18
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачено.

7. Методи навчання.

При викладенні теоретичного матеріалу використовується частково-пошуковий і пояснювально-ілюстративний методи. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного написання комп'ютерних програм.

8. Методи контролю.

1. Перевірка виконання домашніх завдань
2. Поточне опитування
3. Перевірка контрольної роботи
4. Перевірка залікової роботи

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота				Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота	Сума		
25	25	10	60	40	100

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю і самостійної роботи для допуску до складання підсумкового контролю (заліку), не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень:

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Контрольна робота: для матриці 4x4 (а) локалізувати спектр методом кругів

Гершгорина, (б) застосувати степеневий метод і його модифікації для знаходження її власних значень. Для розрахунків використати Python.

Максимальна оцінка за контрольну роботу – 10 балів.

Пункт (а) оцінюється у 0-3 бали, пункт (б) оцінюється у 0-7 балів у залежності від повноти і правильності виконання.

Залік. Завдання залікової роботи складається з двох теоретичних питань і задачі. Список теоретичних питань надається студентам заздалегідь, але формулювання питань у білеті необов'язково дослівно збігається з формулюванням у переліку питань для підготовки до заліку: питання може бути більш конкретним. До кожного питання слід навести конкретні приклади з обов'язковими поясненнями.

Максимальна оцінка за кожне теоретичне питання – 13 балів.

- Надане повне пояснення щодо питання, наведені приклади – 13 балів.
- Пояснення часткові, відповідь містить одну-дві несуттєві помилки – 10-12 балів.
- Відповідь містить суттєві помилки, але є частково правильною – 5-9 балів.
- Наведені лише приклади або окремі міркування – 3-4 балів.
- Роботу лише розпочато – 1-2 бали.

Задача включає два пункти, за кожний з яких виставляється 7 балів.

- Надана повна правильна відповідь – 7 балів.
- Пояснення часткові, відповідь містить одну-дві несуттєві помилки – 5-6 балів.
- Відповідь містить суттєві помилки, але є частково правильною – 2-4 балів.
- Роботу лише розпочато – 1 бал.

У разі виявлення академічної недобросовісності в роботі (списування) бал знижується; якщо робота списана, то виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10.Рекомендована література

Основна література

1. Р.Н. Кветний, Я.В. Іванчук, І.В. Богач, О.Ю. Софіна, М.В. Барабан. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика: підручник. – Вінниця : ВНТУ, 2023. – 280 с.
https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2023/Kvetniy_2023_280.pdf
2. Г.М.Зражевський. Чисельні методи в задачах механіки: навчально-методичний посібник. Частина 1. – Київ: КНУ імені Т.Шевченка, 2020. – 135 с.
https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2020/05/method_calculus_part1.pdf
3. С.М. Шахно. Чисельні методи лінійної алгебри. Навчальний посібник. – Львів : Видав. центр ЛНУ ім. І.Франка, 2007. – 245 с.
4. С. М. Шахно, А. Т. Дудикевич, С. М. Левицька. Практична реалізація чисельних методів лінійної алгебри: навчальний посібник. – Львів : Видав. центр ЛНУ ім. І.Франка, 2009. – 137 с.
<https://ami.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2013/10/Практикум-з-чисельних-методів-лінійної-алгебри.pdf>

Допоміжна література

1. О. Мізюк. Путівник мовою програмування Python : електронний підручник

- <https://pythonguide.rozh2sch.org.ua/>
5. І.А. Дичка, М.В. Онай, Р.А. Гадиняк. Чисельні методи. Розв'язання задач лінійної алгебри та нелінійних рівнянь: лабораторний практикум. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 95с.
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/4d51b9f7-96eb-4d39-9886-8785c212968d/content>
 6. В.А. Андруник, В.А. Висоцька, В.В. Пасічник, Л.Б. Чирун, Л.В. Чирун. Чисельні методи в комп'ютерних науках: навчальний посібник. Том 1. – Львів: Видавництво «Новий світ – 2000», 2017. – 472 с.
https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2024/Andrunik_P1_2017_470.pdf

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. SciPy Lecture Notes, 2017 [Електронний ресурс] – Режим доступу:
<https://scipy-lectures.org/>
2. The Python Tutorial [Електронний ресурс] – Режим доступу:
<https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>
3. www.python.org
4. <http://www.pythontutor.com>